

IMPLEMENTAÇÃO DE UM CONTROLADOR UTILIZANDO ESTRUTURA VARIÁVEL E MODO DESLIZANTE PARA O PÊNDULO INVERTIDO.

Leandro José Cesini Silva, Lizete Maria Crwkowise Fernandes Garcia – Engenharia Elétrica – Departamento de Matemática – Faculdade de Engenharia – Campus Ilha Solteira.

O controle automático tem desempenhado um papel fundamental no avanço da engenharia e da ciência. Tem extrema importância em sistemas de veículos espaciais, sistemas de direcionamento de mísseis, sistemas robóticos e similares. O controle automático também tem se tornado de grande importância e parte integrante dos modernos processos industriais e de produção. Com os avanços no controle automático, na teoria e na prática, vêm-se produzindo meios para otimizar o desempenho dos sistemas dinâmicos e melhorar a produtividade e qualidade de vida.

O modelo de pêndulo invertido consiste em um carro motorizado, sobre o qual existe uma haste, que se movimenta de acordo com o movimento do carro. No sistema em repouso, ela tende a cair para um dos lados. Por isso, o modelo de pêndulo invertido é dito instável, pois pode cair a qualquer instante, para qualquer direção, a menos que uma força adequada de controle seja aplicada a ele. Tal força é aplicada no carro. Pode-se associar a esse modelo, o modelo de controle de posição de um foguete na fase de lançamento, onde o objetivo do problema de controle de posição é manter o foguete na posição vertical.

A aplicação de técnicas de controle neste sistema, que tem sua dinâmica representada por equações diferenciais não-lineares, possibilita uma enorme quantidade de informações a respeito de robustez da técnica de controle utilizada.

A Figura 1 representa o esquema da montagem do pêndulo invertido.

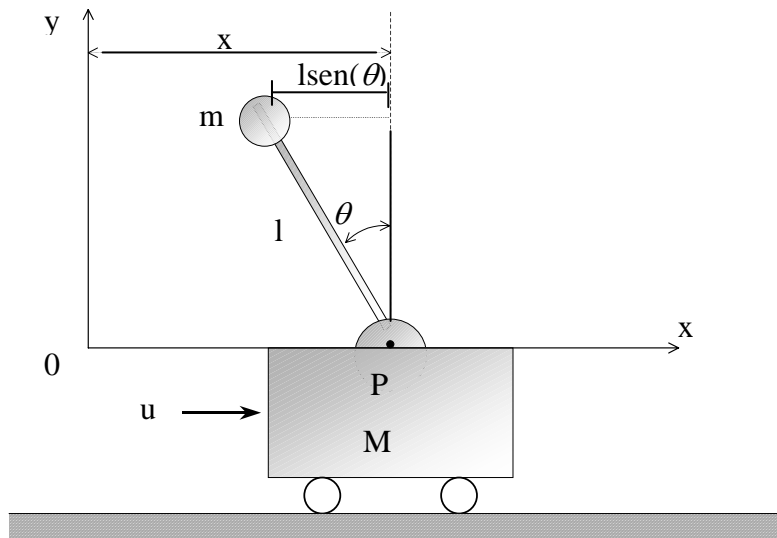


Figura 1: Pêndulo Invertido.

As equações que regem o problema físico, são:

$$(M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} = u \quad (1)$$

$$ml^2\ddot{\theta} + ml\ddot{x} = mgl\theta \quad (2)$$

onde

θ - é o deslocamento angular da haste do pêndulo

m - representa a massa concentrada em uma das extremidades da haste do pêndulo

l - é o comprimento da haste

M - é a massa do carro

x - é o descolamento horizontal do sistema

u - força externa aplicada ao carro

Faz-se então a mudança de variáveis:

$$\begin{aligned} x_1 &= \theta \\ x_2 &= \dot{\theta} \\ x_3 &= x \\ x_4 &= \dot{x} \end{aligned} \quad (3)$$

Considerando θ e x como saídas, tem-se:

$$y = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

E linearizando em torno do ponto de operação, obtém-se as equações com as quais pôde-se realizar o projeto de sistemas de controle, seguindo a seguinte estrutura:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{M+m}{Ml}g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{m}{M}g & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ M \end{bmatrix} u \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Utilizando as equações (6) e (7), pôde-se aplicar as técnicas de controle utilizando estrutura variável e modo deslizante. O sistema original não se encontra na forma regular, para isso foi necessário encontrar uma matriz transformação, afim de transformá-lo na forma regular. Assim, tem-se:

$$A_{reg} = T_r^{-1}AT_r \text{ e } B_{reg} = T_rB \quad (8)$$

em que através de simulações realizadas no software MatLab/Simulink, obteve-se:

$$T_r = \begin{bmatrix} 0.9565 & 0.0851 & 0 & 0.2790 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0.2917 & 0.2790 & 0 & 0.9149 \\ 0 & -0.0734 & 0 & 0.0224 \end{bmatrix} \quad A_{reg} = \begin{bmatrix} 2.6997 & 0 & -0.5317 & -11.9175 \\ 0.2796 & 0 & 0.9149 & 3.8001 \\ 8.5598 & 0 & -2.6997 & 3.6348 \\ -4.6267 & 0 & -3.0101 & -16.8012 \end{bmatrix} \quad B_{reg} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Com o sistema na forma regular, pôde-se projetar uma superfície deslizante S de acordo com os pólos escolhidos para controlar o sistema.

Seja $s(t) = Sx(t)$, tem-se que:

$$S = [-3.3702 \quad -0.6417 \quad -3.6817 \quad -1.8408].$$

Com a superfície projetada, pôde-se aplicar as técnicas de controle. A lei de controle utilizada compõe-se de uma componente linear e uma outra não-linear. A primeira é dada pelo controle equivalente proposto por Utkin [3] e a segunda é dada por uma função sinal multiplicada por uma constante de projeto. Tem-se então:

$$u = u_{eq} + u_n \quad (9)$$

onde

$$u_{eq} = -(SB)^{-1}SA + (SB)^{-1}\phi S \quad (10)$$

$$u_n = \phi \operatorname{sgn}(s(t)) \quad (11)$$

e ϕ e ϕ constantes de projeto.

Projetadas a superfície e a lei de controle para o modelo linear do sistema, as mesmas podem ser utilizadas, segundo Lyapunov [1], para o modelo não-linear. O sistema foi simulado no software MatLab/Simulink, e as respostas podem ser vistas a seguir:

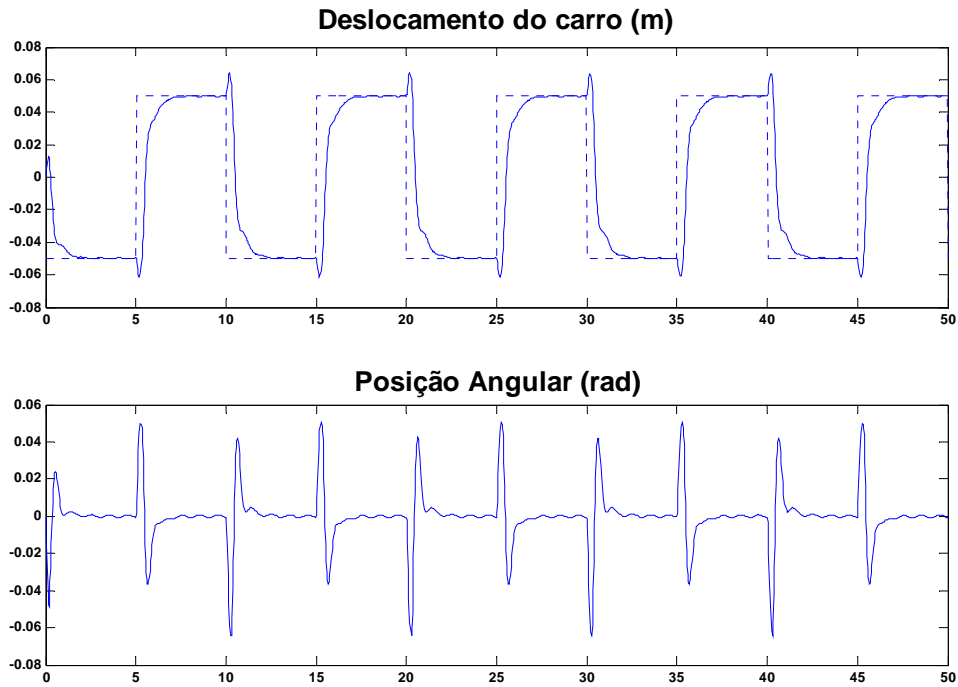


Figura 2: Respostas referentes à posição do carro e à posição angular do pêndulo

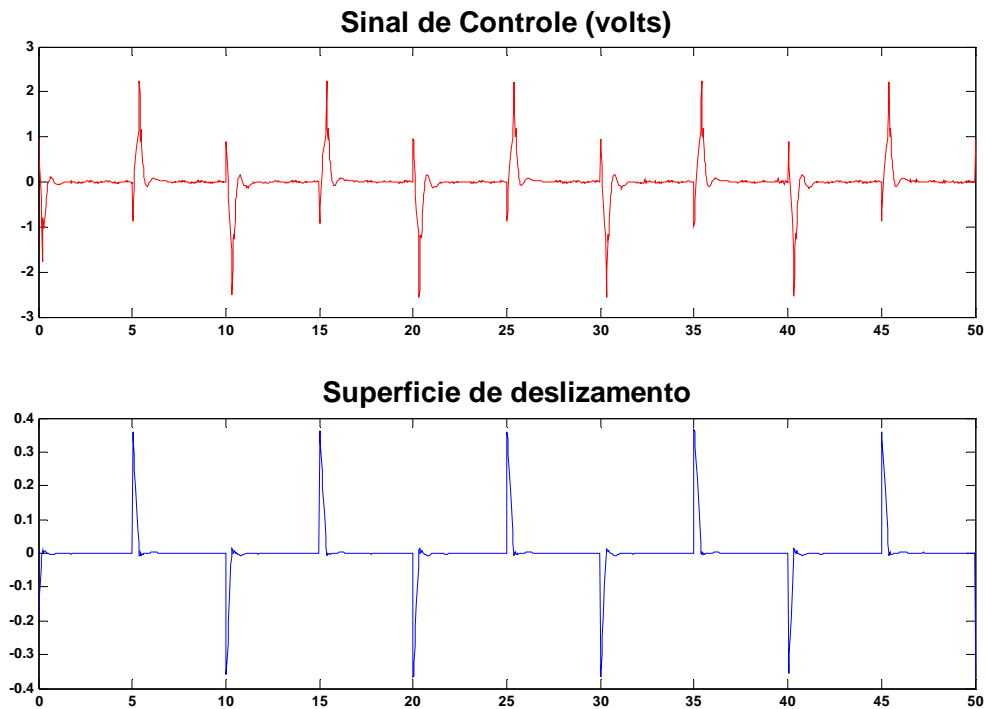


Figura 3: Respostas referentes ao sinal de controle e à superfície de deslizamento

Nas simulações, o sistema teve como referência um sinal de onda quadrada para a posição do carro, assim, pôde-se observar que as repostas foram satisfatórias, pois o sistema foi estabilizado a cada movimento do carro e o sinal de controle não ultrapassou três volts, podendo assim, ser implementado em placas de aquisição que utilizam cinco volts. A resposta referente à posição angular, pôde ser analisada devido à utilização de estimadores de estados.

Os resultados obtidos após diversas simulações mostram que o movimento controlado do pêndulo teve uma boa performance diante das superfície e lei de controle projetadas.

Referências Bibliográficas

- [1] Ogata, K., Engenharia de controle moderno, Ed. LTC – 2000.
- [2] Edwards, C e Spurgeon, S. K., Sliding Mode Control – Theory and Applications, Ed. Taylor & Francis – 1998.
- [3] Utkin, V. I., "Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems", Moscow, Mir Publishers, pp.13-18, 26-32, 1978.
- [4] DeCarlo, R. A. & Żak, S. H. & Mathews, G. P., "Variable Structure Control of Multivariable Systems: a Tutorial", Proc. Of IEEE, vol. 76, 3, pp. 212-232, Março, 1988.

Bolsa: FAPESP